Einleitung

Dozent: marcus.muillr@uni-goettingen.de

Pruefungsvorleitstung

- 4 Testat-Aufgaben jeweils eine Woche
- git repo $\rightarrow$ Tutor
- Pass/Fail 1 Verbesserung pro Testat moeglich

Pruefung

Projekt + Report eine Woche Zeit

ca. 10 Seiten

1. Periode 4-11 August
2. Periode 6-13 Oktober

Programmiersprache C. Die Programme muessen lauffaehig im CIP Pool sein.

Graphische Auswertung in Python.

Literatur

Numerical Recipies Cambridge University Press

Ziele

Probleme $\rightarrow$ Algorithmen $\rightarrow$ Programme $\rightarrow$ Auswertung

Numerische Integration

Das Problem ist ein einfaches Integral auszurechnen

$$I = \int_a^b f(x)dx.$$

Dafuer kann die **Mittelpunktsregel** verwendet werden

$$I = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=0}^{N} \Delta x f(x_i)$$
$$x_0 = a, x_N = b$$
$$\Delta x = \frac{b-a}{N}$$
$$x_i = a + i\Delta x$$
$$\text{Mittelpunkt} : x_i + \frac{\Delta x}{2} l$$
$$I \approx \sum_{i}^{N} \Delta x f\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right).$$

Oder die **Trapez-Regel**

$$f_{\text{app}} = f(x_i) + \left(\frac{f(x_{i+1} - f(x_i))}{\Delta x}(x - x_i)\right.$$
$$I_1 = \int_{x_{i+1}}^{x_i} f(x)dx \approx \int_{x_{i+1}}^{x_i} f_{\text{app}}(x)dx = \Delta x \frac{f(x_{i+1}) + f(x_i)}{2}.$$

Simpson regel

Quadratische Naeherung der Funktion auf dem intervall

$$I_i = \int_{x_{i+1}}^{x_i} dx f(x) \approx \int_{x_{i+1}}^{x_i} dx f_{\text{app}}(x) = \frac{\Delta x}{6}[f(x_i) + 4f(x_i) + f(x_i)].$$

Fehlerabschaetzung

Berechnung der Ordnungen der Fehler und Abschaetzung des Fehlers.

TODO: Literatur lesen und die Kapitel ausbessern

Berechnung von Nullstellen

1. Intervallschachtelung Pruefen von Intervallen, welche durch die Bedingung $f(a)f(b) < 0$ eine Nullstelle enthalten muessen. Fuer den Algorithmus waelt man dann fuer die neue Intervallgrenze den Mittelpunkt zwischen a und b, je nachdem ob die Bedingung fuer eine Nullstelle wieder erfuellt ist faehrt man dann mit dem einen oder dem anderen Intervall fort
2. Approximation durch eine lineare Funktion ($\hat{f} = f_{\text{app}}$)

   $$\hat{f}(x) = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(\hat{x} - a) = 0$$
   $$\hat{x} = a - \frac{b - a}{f(b) - f(a)} f(a)$$

   Mit der Iterationsvorschrift

   $$x_{n+1} = x_{n-1} \frac{f(x_n) - f(x_{n+1})}{x_n - x_{n-1}} f(x_{n-1}),$$

   wobei die Abbruchbedingung $|f(x_n)| < \varepsilon$ ist.
3. Newton-Raphson ist ein iteratives Verfahren.

   TODO: understand and implement this

Auswahl von Algorithmen

1. Rechenzeit/Effizienz
2. Robustheit/Stabilitaet
3. Genauigkeit

Bewertung der Algorithmen

1. Intervallschachtelung
   Robustheit ++
   Effizient

Uebung

$f(z) = z^3 - 1 = 0, \quad z \in \mathbb{C}$ mit Newton.