GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT GÖTTINGEN IN PUBLICA COMMODA SEIT 1737

Experimentalphysik II
SoSe 2025
Fakultät für Physik
Prof. Dr. Thomas Weitz
Dr. Jonas Pöhls
mit Übungsassistenten

Übungsblatt Nr. 2

Abgabe bis zum: 02.05.2025 (10:00h)

Name .... Tutor .... Gruppe Nr. ....

Zusammenarbeit mit ....

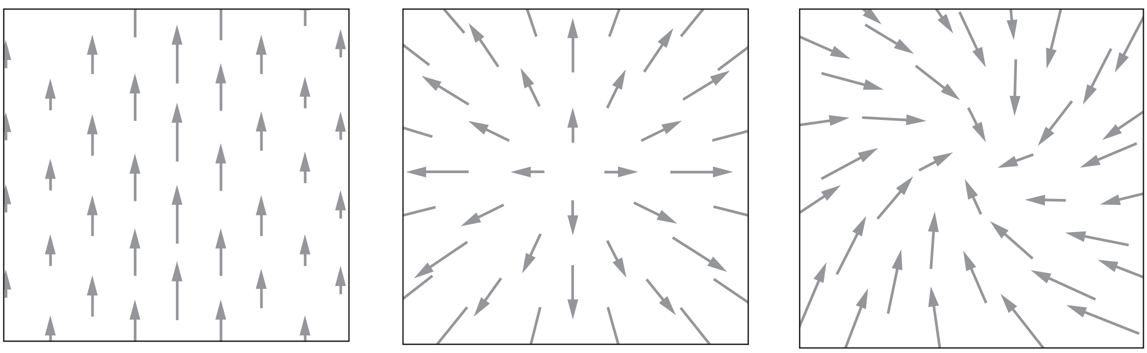
Bitte gut leserlich in Druckschrift ausfüllen

1	2	3	Σ

Aufgabe 1: *Divergenz und Rotation von Feldern (qualitativ)* (3 Punkte)

Betrachten Sie die unten dargestellten Vektorfelder. Welche Felder haben im gezeigten Bereich eine Divergenz von Null? Für welche Felder ist die Rotation gleich Null?

(a) (b) (c)

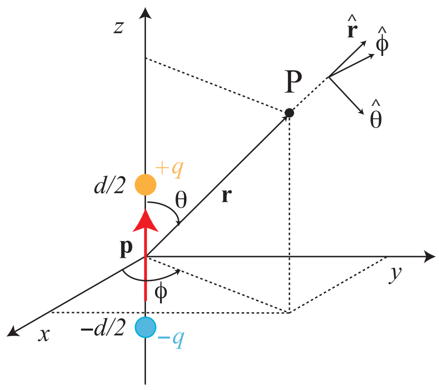


Aufgabe 2: *Elektrischer Dipol* (8 Punkte (4+1+3))

Ein elektrischer Dipol besteht aus zwei entgegengesetzt gleichen Ladungen q im Abstand d und wird durch sein Dipolmoment $\vec{p} = q\vec{d}$ charakterisiert, wobei dessen Richtung definitionsgemäß von der negativen zur positiven Ladung zeigt.

a) Berechnen Sie für einen Dipol, der in z-Richtung orientiert und um $z = 0$ zentriert ist, das Potential $V(\vec{r})$ an einem beliebigen Punkt $P(\vec{r})$. Das Ergebnis soll für ausreichend große Entfernungen ($r \gg d$) in eine Taylorreihe bis zum ersten nicht-trivialen Glied entwickelt werden.

b) Warum erwarten Sie, dass das Potential eines Dipols schneller mit wachsendem Abstand abfällt als das Potential einer Punktladung?



c) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V$ des Dipols in Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) in der oben gemachten Näherung ($r \gg d$). Dabei wird der Gradient des Potentials wie folgt gebildet:

$$\vec{\nabla} V = \left(\frac{\partial V}{\partial r}\, \hat{\mathrm{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\, \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\, \hat{\phi} \right)$$

Hinweise:

- Das Potential einer Punktladung q im Ursprung ist gegeben durch:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

- Für Potentiale gilt das Superpositionsprinzip.
- Es gilt: $\quad 1/\sqrt{(1+x)} \approx 1 - (x/2) + \mathcal{O}(x^2)$

Aufgabe 3: *Fluss durch Kugeloberfläche mit Quelle an beliebigem Ort* (6 Punkte (1+5))

Der Fluss Φ eines Vektorfeldes $\vec{X}(\vec{r})$ durch eine Fläche A ist definiert als das Flächenintegral

$$\Phi = \int_A \mathrm{d}\vec{a} \cdot \vec{X}(\vec{r})$$

wobei $\mathrm{d}\vec{a} = \hat{n}\,\mathrm{d}a$ das Produkt aus dem Betrag des Flächenelements mit seinem Einheitsnormalenvektor darstellt.

Betrachten Sie eine Punktladung q, die sich am Ort $P = (0, 0, d)$ befindet, und eine Kugeloberfläche mit dem Radius R im Ursprung des Koordinatensystems.

a) Fertigen Sie eine Skizze der Anordnung an und kennzeichnen Sie alle für die folgende Berechnung relevanten Größen.

b) Berechnen Sie den Fluss des elektrischen Feldes durch die Kugeloberfläche (ohne Benutzung des Gauß'schen Satzes). Unterscheiden Sie dabei die Fälle $d < R$ und $d > R$.

Hinweise:

- Schreiben Sie das Integral für die Berechnung des Flusses in Kugelkorrdinaten aus.
- Der Abstand zwischen der Ladung q und einem Punkt auf der Kugeloberfläche läßt sich leicht mit Hilfe des Kosinussatzes ausdrücken.

- Führen Sie die Integration über $\mathrm{d}(\cos\theta)$ statt über $\mathrm{d}\theta$ aus, wobei θ den Polwinkel bezeichnet.
- Für die Berechnung des Integrals können Sie auf eine Integraltafel zurückgreifen:

$$\int \mathrm{d}x \, \frac{a - bx}{(a^2 - 2abx + b^2)^{3/2}} = \frac{ax - b}{a^2 \sqrt{a^2 - 2abx + b^2}}$$

- Achten Sie auf Vorzeichen beim Vereinfachen von Wurzeln von quadratischen Ausdrücken.