Gekoppelte Schwingungen

Zwei Fadenbendel mit Kopplungsfeder.

Es gelten die Bewegungsleichungen:

$$m_1 \ddot{x_1} = -D_1 x_1 - D_{12}(x_1 - x_2)$$
$$m_2 \ddot{x_2} = -D_2 x_2 - D_{12}(x_2 - x_1)$$

diese stellen ein gekoppeltes DLG-System dar und koennen nur gemeinsam geloest werden.

Spezialfall: $m_1 = m_2 = m$

Fall: $A_1 = A_2 = A$

$$x_1 = (\psi^+ + \psi^-) = \ldots = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

d.h. die Schwingungsenergie wird zwischen den beiden Pendeln hin- und hergereicht.

gleichphasige Schwingung	**gegenphasige Schwingung**
Feder nicht beansprucht	
$\psi^- = 0$	
phi_1 - phi_2 = phi	

Bemerkung: bei nicht-identischen Pedeln: unvollstaendiger Energie-Uebertrag

Beispiele

Zwei Massen m_1, m_2 mit zwei Faeden mit laenge l miteinander verbunden und haengend.

$$l = l_1 = l_2$$
$$m_1 \gg m_2$$

Energiebetrachtung $\frac{m_1}{2} v_{1_{\text{max}}}^2 \overset{\text{EES}}{=} \frac{m_2}{2} v_{2_{\text{max}}}^2$

Mechanische Wellen

MP m_1 gekoppelt an m_i (k MP).

1. Schwingung breitet sich im Raum aus
2. Schwingungsenergie wird transportiert (keine Materie)

z.B. Schallwellen, Wasserwellen

Wir betrachten die Ausbreitung in <u>einer Richtung</u>.

Darstellung harmonischer Wellen

$$\xi(z,t) = A \sin\left(\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\right) = A \sin(\omega t - kz), \quad k = 2\frac{\pi}{\lambda}, v = \text{Phasengeschwindigkeit}$$

Hier ist ξ i.A. nicht der Ort, kann z.B auch der Schallauch sein, el. Feldstaerke.

Wellenlaenge λ: Abstand Δz zweier Punkte, fuer die die Auslenkung $\xi(z_1, t) = \xi(z_2, t)$ zur gleichen Zeit t

Phasengeschwindigkeit: Geschwindigkeit, mit der sich die Phase ausbreitet $v = \frac{\omega}{k} = 2\pi v \frac{\lambda}{2\pi} = v\lambda$

$$
\begin{aligned}
\xi(z,t) &= c e^{i(\omega z - kz)} + c^* e^{-i(\omega t - kz)} \\
&= A\cos(\omega t - kz) + B\sin(\omega t - kz) \\
\text{mit } & A = c + c^* \quad B = i(c - c^*)
\end{aligned}
$$

an jedem festen Ort $z = z_0$: zeitlich periodische harmoische Schwingung

$$\xi(t) = A\sin(\omega t - kz_0) = A\sin(\omega t - \varphi)$$

zu jedem festen Zeitpunkt: