

Name: _____ Lerngruppe: _____ Gruppe: _____

1	2	3	Σ (20)

Aufgabe 3.1 Freier Fall mit Reibung (10 Punkte)

In der Vorlesung wurde der freie Fall von Körpern unter Vernachlässigung der Luftreibung besprochen. Die Trajektorie eines Punktteilchens kann ausgedrückt werden durch

$$\vec{r}_g(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_0 - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix} =: \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_g(t) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Dabei wirkt nur die (konstante) Erdanziehungskraft $\vec{F}_g = (0,0, -mg)$ auf das Teilchen.

Den Effekt der Luftreibung können wir (für nicht zu hohe Geschwindigkeiten) mit Stokesscher Reibung modellieren; dabei wirkt eine zweite, abbremsende Kraft $\vec{F}_r = (0,0, -\beta v)$ mit Parameter β (Abhängig unter anderem von der Größe und Form des Teilchens, aber auch von Eigenschaften der Luft). Die Trajektorie kann dann geschrieben werden als

$$z_r(t) = z_0 - \frac{gm}{\beta} \left(t - \frac{m}{\beta} \left(1 - e^{-\beta t/m} \right) \right). \quad (3)$$

- (a) Bestimmen Sie daraus die Geschwindigkeiten $\vec{v}(t)$ des Teilchens.
- (b) Leiten Sie nun die Beschleunigung $\vec{a}(t)$ des Teilchens her.
- (c) Nähern Sie für $x = \beta t/m \ll 1$ die Exponentialfunktion bis zur zweiten Ordnung in x , und zeigen Sie, dass zu Beginn die Trajektorie mit der für den reibungsfreien Fall übereinstimmt.
- (d) Skizzieren Sie $z_g(t)$ (freier Fall ohne Reibung) und $z_r(t)$ (mit Reibung) in einem gemeinsamen Graphen.
- (e) Skizzieren Sie separat $\dot{z}_r(t)$ und $\ddot{z}_r(t)$.

Aufgabe 3.2 Zugkraft (5 Punkte)

Wir betrachten ein von der Decke herunterhängendes Seil mit linearer Massendichte ρ (Einheit: Kilogramm pro Meter) und Länge L . Bestimmen Sie die Zugkraft $T(z)$ (Einheit: Kilogramm × Meter / Sekunde²) als Funktion der Höhe z . Hier ist die stationäre Lösung gesucht, d.h. alle Kräfte gleichen sich aus.

- (a) Fertigen Sie zunächst eine Skizze an.
- (b) Definieren Sie ein Koordinatensystem (die z -Achse genügt hier).
- (c) Beschreiben Sie in Worten die Zugkraft: Was sind ihre Ursachen, was bewirkt sie?
- (d) Berechnen Sie $T(z)$ und überprüfen Sie die Einheiten.

Aufgabe 3.3 Python – Beschleunigte Bewegung 2 (5 Punkte)

Laden Sie die Datei `ha3.ipynb` aus der StudIP Veranstaltung herunter und in Ihr Verzeichnis. Bearbeiten Sie die Aufgaben, die dort beschrieben sind, und führen Sie die Datei aus. Kommentieren Sie Ihren Code angemessen (auch dafür werden Punkte vergeben)! Um diese Aufgabe abzugeben, laden Sie Ihr Notebook in StudIP als separate Datei zusätzlich zu Ihren eingescannten handschriftlichen Lösungen der anderen Aufgaben hoch.

Diskussion 3.4 Ballwurf auf schiefer Ebene

Ein punktförmiger Ball der Masse m werde mit Geschwindigkeit v_0 unter dem Winkel $\alpha > 0$ zur Horizontalen geworfen. Der Boden unter Ihnen falle unter dem Winkel $\beta < 0$ ab.

- (a) Skizzieren Sie die Situation.
- (b) Bestimmen Sie die Flugdauer $T(\alpha, \beta)$.
- (c) Bestimmen Sie die Wurfweite $w(\alpha, \beta)$.
- (d) Sie finden eine graphische Lösung auf <https://24.ph1.sci.photos/schief1/>

Hinweis: wir definieren hier die Wurfweite w entlang der *schiefen* Ebene.

Diskussion 3.5 Fahrradventil

Das Ventil an Ihrem Fahrrad befindet sich im Abstand R von der Radnabe. Wenn sich der Reifen dreht, können wir die (x,y) -Koordinaten des Ventils schreiben als die *Zykloide*

$$\vec{r}(t) = (x, y) = R(\vartheta + \sin \vartheta, 1 + \cos \vartheta). \quad (4)$$

Bei konstanter Geschwindigkeit ist $\vartheta(t) = \omega t$. Dabei sei 0 der y -Achse der niedrigste y -Wert und 0 der x -Achse der niedrigste x -Wert.

Bestimmen Sie $\vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$ des Ventils.

Skizzieren Sie $\vec{r}(t)$, $\vec{v}(t)$ und $\vec{a}(t)$.

Überprüfen Sie anhand der skizzierten Trajektorien, ob Ihre errechneten Ergebnisse Sinn ergeben.

Diskussion 3.6 Reibung

Ist Reibung eine konservative Kraft? Begründen Sie Ihre Antwort.